

**Estudios matemáticos**  
**Nivel medio**  
**Prueba 1**

Miércoles 11 de noviembre de 2015 (mañana)

Número de convocatoria del alumno

1 hora 30 minutos

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

**Instrucciones para los alumnos**

- Escriba su número de convocatoria en las casillas de arriba.
- No abra esta prueba hasta que se lo autoricen.
- En esta prueba es necesario usar una calculadora de pantalla gráfica.
- Para esta prueba, se necesita una copia sin anotaciones del **cuadernillo de fórmulas de estudios matemáticos NM**.
- Conteste todas las preguntas.
- Escriba sus respuestas en las casillas provistas.
- Salvo que se indique lo contrario en la pregunta, todas las respuestas numéricas deberán darse como valores exactos o con una aproximación de tres cifras significativas.
- La puntuación máxima para esta prueba de examen es **[90 puntos]**.



**No** escriba en esta página.

Las respuestas que se escriban en esta página no serán corregidas.



20EP02

Se otorgará la máxima puntuación a las respuestas correctas. Aun cuando una respuesta sea incorrecta, podrán otorgarse algunos puntos si el método empleado es correcto, siempre que aparezca por escrito. Escriba sus respuestas en las casillas provistas. Para los resultados obtenidos con calculadora de pantalla gráfica, deberá reflejarse por escrito el procedimiento seguido hasta su obtención. Por ejemplo, cuando deba utilizar un gráfico de una calculadora de pantalla gráfica para hallar soluciones, deberá dibujar aproximadamente esas gráficas en su respuesta.

1. Complete la tabla que aparece a continuación, colocando los tics (✓) necesarios para indicar a cuáles de los conjuntos de números  $\mathbb{N}$ ,  $\mathbb{Z}$ ,  $\mathbb{Q}$ , y  $\mathbb{R}$  pertenece cada uno de estos números. Hemos completado la primera fila a modo de ejemplo.

	$\mathbb{N}$	$\mathbb{Z}$	$\mathbb{Q}$	$\mathbb{R}$
0,8			✓	✓
$\sqrt{14}$				
$\text{sen } 30^\circ$				
4				
-3				
$4,12 \times 10^1$				
$3\frac{1}{3}$				

[6]



2. A una clase compuesta por 15 alumnos se les pregunta cuántos lápices llevan a clase. Se obtuvieron los siguientes resultados:

5, 7, 4, 5, 6, 7, 7, 4, 6, 5, 4, 6, 7, 2, 11

(a) Para estos resultados, escriba

(i) la mediana;

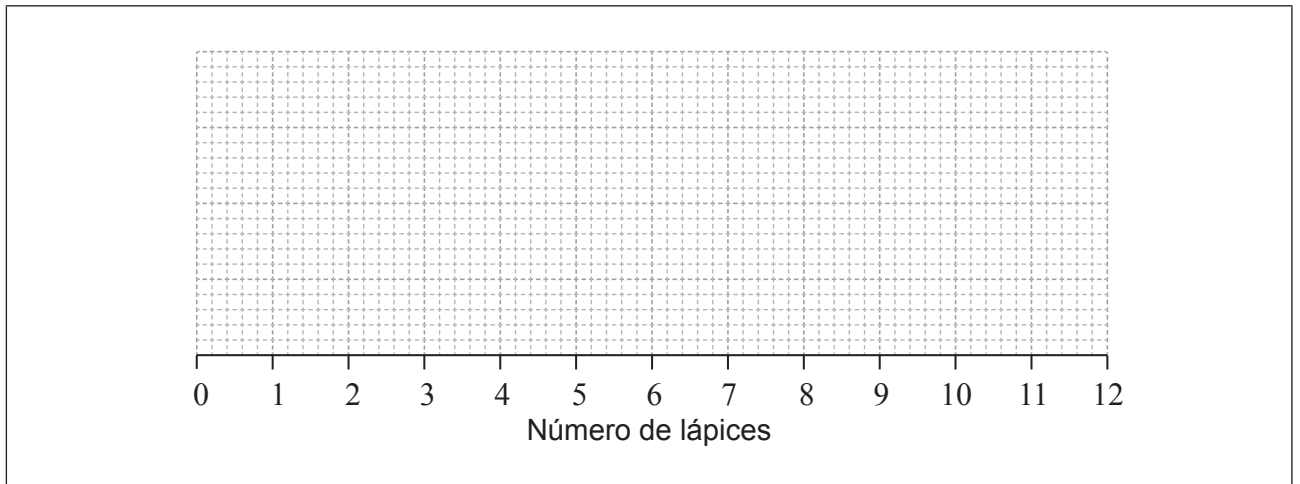
(ii) la moda.

[3]

Para estos resultados, el primer y el tercer cuartil son 4 y 7, respectivamente.

(b) Dibuje con precisión un diagrama de caja y bigotes que represente estos resultados.

[3]



**Operaciones:**

**Respuestas:**

(a) (i) .....

(ii) .....



3. Sebastian viaja desde Fiji a Brasil. Cambia 5000 dólares fijianos (FJD) a reales brasileños (BRL), a un tipo de cambio de  $1 \text{ FJD} = 1,1824 \text{ BRL}$ .

(a) Calcule la cantidad **exacta** de BRL que recibe Sebastian. [2]

Sebastian había estimado que recibiría 6000 BRL.

(b) Halle el porcentaje de error que cometió en su estimación. [2]

Mientras está en Brasil Sebastian gasta 4000 BRL. En el viaje de vuelta a Fiji vuelve a cambiar los BRL que le han sobrado a FJD, al mismo tipo de cambio:  $1 \text{ FJD} = 1,1824 \text{ BRL}$ .

(c) Calcule la cantidad de FJD que recibe. Dé la respuesta redondeando a dos lugares decimales. [2]

**Operaciones:**

**Respuestas:**

- (a) .....
- (b) .....
- (c) .....



20EP05

Véase al dorso

4. El séptimo término,  $u_7$ , de una progresión aritmética es 28. El décimo término,  $u_{10}$ , de la misma progresión es 37.
- (a) Halle  $d$ , la diferencia común de la progresión. [2]
  - (b) Halle  $u_1$ , el primer término de la progresión. [2]
  - (c) Halle  $S_{200}$ , la suma de los 200 primeros términos de la progresión. [2]

**Operaciones:**

**Respuestas:**

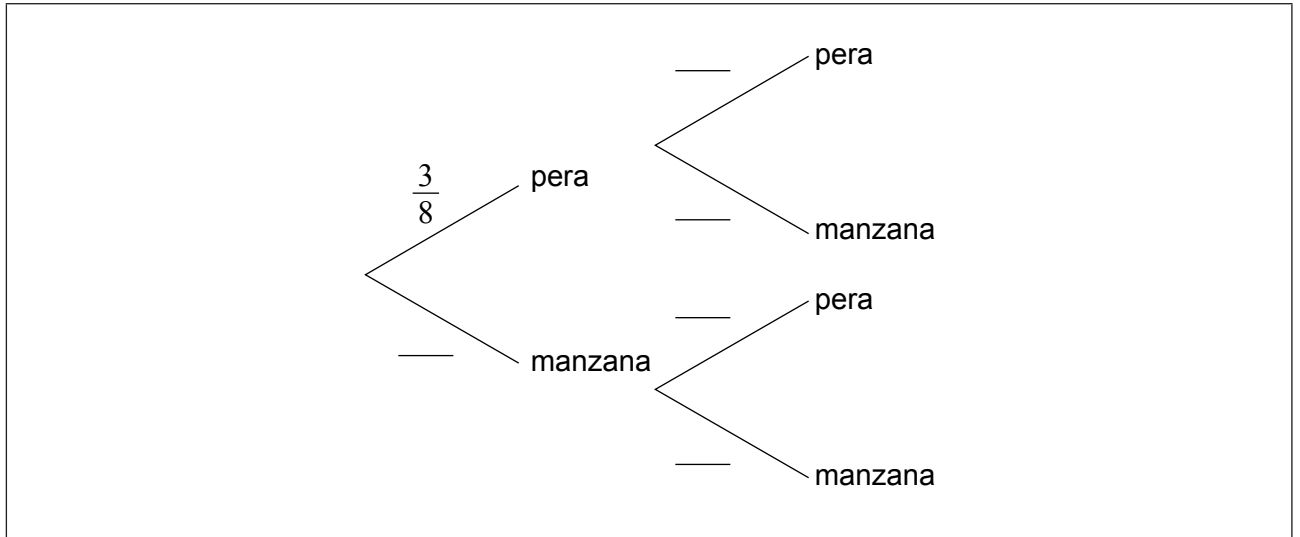
- (a) .....
- (b) .....
- (c) .....



5. Un cuenco de fruta contiene 3 peras y 5 manzanas. Hori escoge al azar una de las frutas del cuenco y se la come. A continuación elige al azar otra fruta del mismo cuenco.

(a) Complete el siguiente diagrama de árbol.

[3]



(b) Calcule la probabilidad de que las dos frutas que ha elegido Hori sean del mismo tipo.

[3]

**Operaciones:**

**Respuesta:**

(b) .....



20EP07

Véase al dorso

6. En la cafetería de un colegio anotan el sexo y la bebida preferida (té, café o chocolate caliente) de unos estudiantes. Los resultados se muestran en la siguiente tabla.

	Té	Café	Chocolate caliente
Chicos	15	15	10
Chicas	10	10	30

(a) Escriba el número total de estudiantes que participaron en la encuesta. [1]

Se llevó a cabo una prueba de  $\chi^2$  a un nivel de significación del 5%.

(b) Escriba la hipótesis nula para esta prueba. [1]

(c) Utilice la calculadora de pantalla gráfica para hallar el estadístico  $\chi^2$ . [2]

El valor crítico, a un nivel de significación del 5%, es igual a 5,99.

(d) Indique la conclusión de esta prueba. De una respuesta razonada. [2]

**Operaciones:**

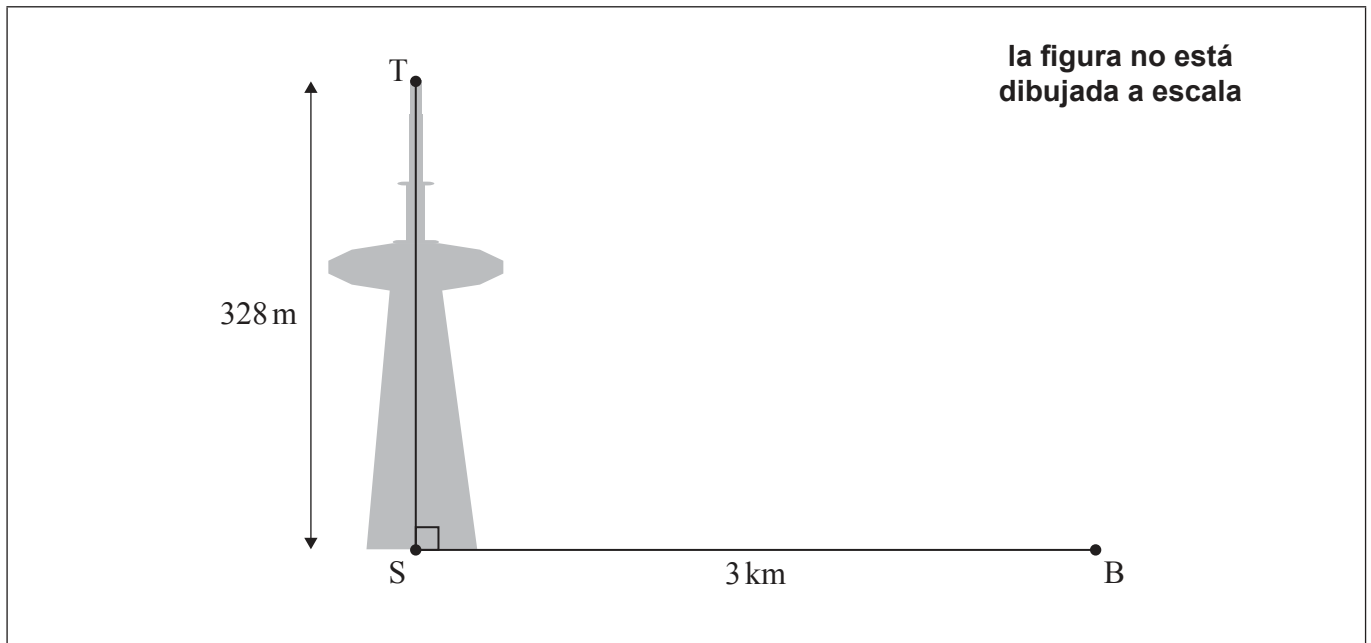
**Respuestas:**

- (a) .....
- (b) .....  
.....  
.....
- (c) .....
- (d) .....  
.....  
.....





7. Desde el punto B se ve una torre vertical. El punto B está a 3 kilómetros (medidos en horizontal) del punto S, situado en la base de la torre. La altura de la torre, TS, es igual a 328 metros.



- (a) Escriba la altura de la torre, TS, en kilómetros. [1]
- (b) Sobre la figura, rotule con una  $x$  el ángulo de elevación que hay desde B hasta T. [1]
- (c) Halle el valor del ángulo de elevación que hay desde B hasta T. [2]
- (d) Halle TB, que es la distancia en **kilómetros** que hay desde la parte superior de la torre hasta el punto B. [2]

Operaciones:

Respuestas:

- (a) .....
- (c) .....
- (d) .....



20EP09

Véase al dorso

8. La población de la ciudad de Nouméa, a finales de 2008, era de 97 579 habitantes.

Un año más tarde, a finales de 2009, la población de Nouméa era de 99 921 habitantes.

(a) Halle la variación porcentual que se produjo en la población desde finales de 2008 hasta finales de 2009. [2]

Suponga ahora que la población de Nouméa sigue creciendo con la misma tasa de variación porcentual.

(b) Utilice la respuesta hallada en el apartado (a) para estimar cuál será la población a finales de 2016. [2]

(c) Escriba la respuesta hallada **en el apartado (b)** en la forma  $a \times 10^k$ , donde  $1 \leq a < 10$ ,  $k \in \mathbb{Z}$ . [2]

**Operaciones:**

**Respuestas:**

- (a) .....
- (b) .....
- (c) .....



9. Considere las siguientes proposiciones lógicas:

$p$ : Emma juega al tenis

$q$ : Emma va a la playa

(a) Complete la siguiente tabla de verdad.

[1]

$p$	$q$	$\neg p$	$\neg p \Rightarrow q$
V	V	F	
V	F	F	
F	V	V	
F	F	V	

(b) Escriba con palabras  $\neg p \Rightarrow q$ .

[2]

(c) Escriba la contraria de  $\neg p \Rightarrow q$  en forma simbólica.

[2]

(d) Indique si  $\neg p \Rightarrow q$  es una tautología, una contradicción lógica o ninguna de las dos cosas.

[1]

**Operaciones:**

**Respuestas:**

- (b) .....
- .....
- (c) .....
- (d) .....

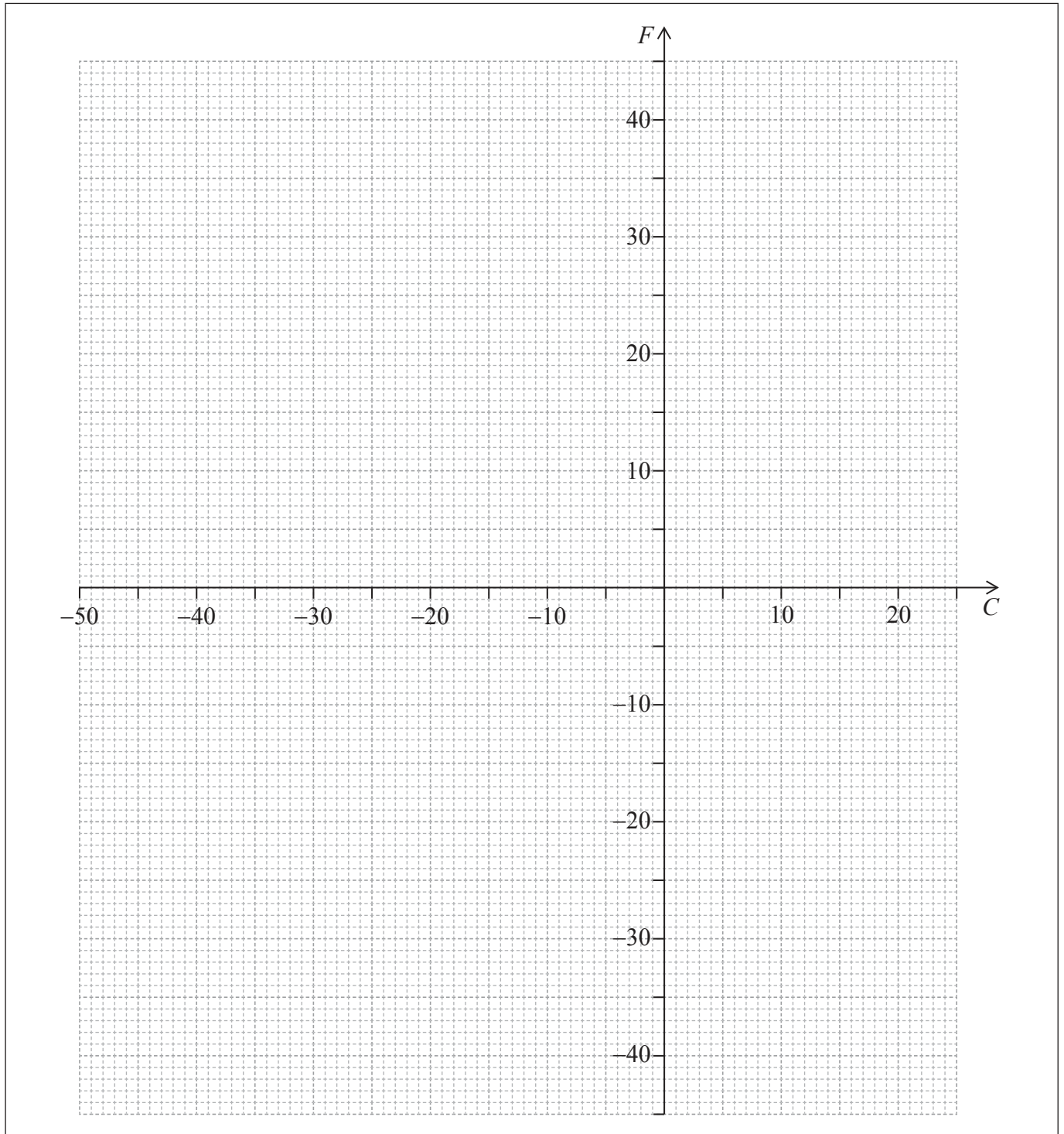


10. La temperatura se puede pasar de grados Celsius ( $C$ ) a grados Fahrenheit ( $F$ ) utilizando la ecuación

$$F = \frac{9}{5}C + 32.$$

(a) Calcule cuánto son  $100^{\circ}\text{C}$  en grados Fahrenheit. [1]

(b) Utilizando los siguientes ejes de coordenadas, dibuje con precisión el gráfico de  $F = \frac{9}{5}C + 32$ . [2]



(Esta pregunta continúa en la página siguiente)



20EP12

**(Pregunta 10: continuación)**

(c) Halle el valor de  $14^{\circ}\text{F}$  en grados Celsius. [1]

(d) Halle el valor de  $x$ , tal que  $x^{\circ}\text{C}$  sea la misma temperatura que  $x^{\circ}\text{F}$ . [2]

**Operaciones:**

**Respuestas:**

(a) .....

(c) .....

(d) .....



20EP13

Véase al dorso

11. Sophie y Kylie reciben ambas 1200 dólares australianos (AUD).

Sophie invierte sus 1200 AUD en una cuenta que paga un tipo de interés nominal anual del 3,4%, **compuesto trimestralmente**.

(a) Halle cuál es el valor futuro de su inversión al cabo de 7 años. Dé la respuesta redondeando a dos lugares decimales. [3]

Kylie decidió comprarse un coche, por el que pagó 1200 AUD, y que se ha ido depreciando a un ritmo (tasa) del  $r$  % cada año. El valor del coche al cabo de 7 años es de 669 AUD.

(b) Halle la tasa de depreciación. [3]

**Operaciones:**

**Respuestas:**

(a) .....

(b) .....



12. Considere la progresión geométrica 2048, 1536, 1152, 864 ...

- (a) Halle la razón común,  $r$ . [1]
- (b) Escriba el siguiente término de la progresión,  $u_5$ . [1]
- (c) Halle cuál es el término más grande de la progresión que **no** es un número entero. [2]
- (d) Halle la suma de los 20 primeros términos. [2]

**Operaciones:**

**Respuestas:**

- (a) .....
- (b) .....
- (c) .....
- (d) .....

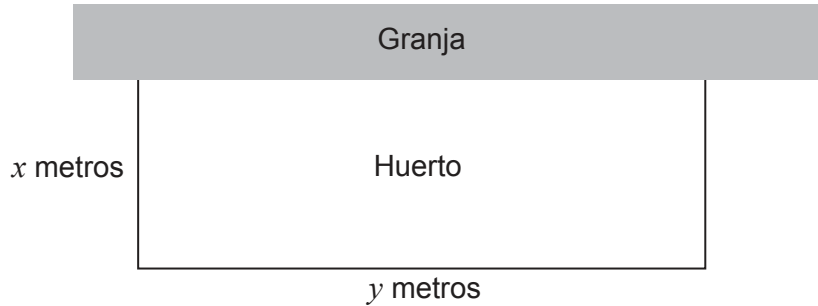


20EP15

Véase al dorso

13. Wahanui está construyendo un huerto **rectangular** pegado a una de las paredes de su granja. Va a poner también una valla alrededor del huerto.

La valla tendrá una longitud total de 60 m y cercará al huerto por tres de sus lados, tal y como se muestra en la siguiente figura.



- (a) Escriba una ecuación que exprese la longitud total de la valla, 60 m, **en función de  $x$  y de  $y$** . [1]
- (b) Escriba el área del huerto **en función de  $x$** . [2]
- (c) Halle, en  $m^2$ , el área máxima del huerto. [3]

**Operaciones:**

**Respuestas:**

(a) .....

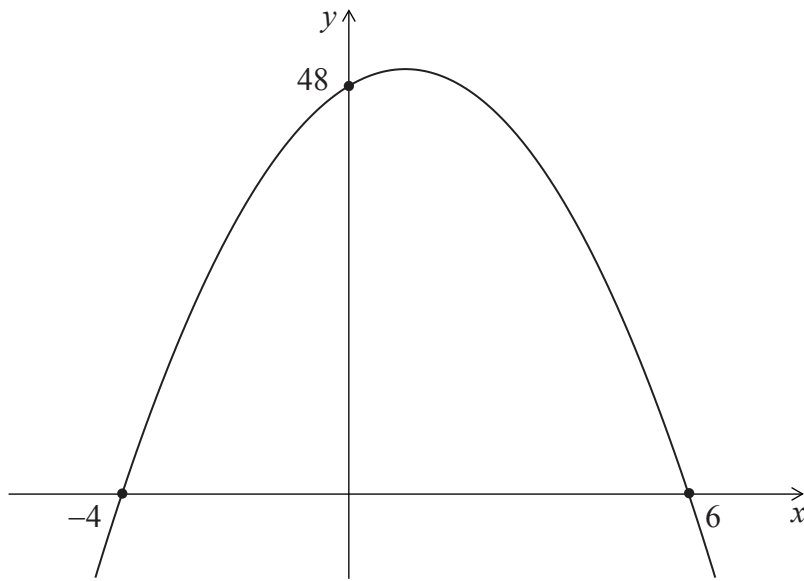
(b) .....

(c) .....





14. El gráfico muestra la curva de una función cuadrática de la forma  $f(x) = ax^2 + bx + 48$ .



- (a) Escriba la ecuación del eje de simetría de la curva. [2]
- (b) A partir de lo anterior o de cualquier otro modo, halle el valor de  $a$  y el de  $b$ . [3]
- (c) Halle la coordenada  $y$  del vértice de la curva. [1]

**Operaciones:**

**Respuestas:**

- (a) .....
- (b) .....
- (c) .....



20EP17

Véase al dorso

15. En un experimento, el número de bacterias,  $N(t)$ , viene dado por la función,

$$N(t) = 25 \times (8)^t$$

donde  $t$  es el tiempo, en horas, transcurrido desde el inicio del experimento y  $t \geq 0$ .

- (a) Escriba el número de bacterias que hay al inicio del experimento. [1]
- (b) Halle el número de bacterias que hay al cabo de 1 hora. [1]
- (c) Calcule cuánto tiempo tiene que pasar para que el número de bacterias supere los cinco millones. Dé la respuesta redondeando al número entero de horas más próximo. [4]

**Operaciones:**

**Respuestas:**

- (a) .....
- (b) .....
- (c) .....



**No** escriba en esta página.

Las respuestas que se escriban en esta página no serán corregidas.



20EP19

**No** escriba en esta página.

Las respuestas que se escriban en esta página no serán corregidas.



20EP20